

# Mathématiques

## Classe de seconde

### Introduction

La seconde est une classe de détermination. Le programme de mathématiques y a pour fonction :

- de conforter l'acquisition par chaque élève de la culture mathématique nécessaire à la vie en société et à la compréhension du monde ;
- d'assurer et de consolider les bases de mathématiques nécessaires aux poursuites d'étude du lycée ;
- d'aider l'élève à construire son parcours de formation.

Pour chaque partie du programme, **les capacités attendues sont clairement identifiées** et l'accent est mis systématiquement sur les types de problèmes que les élèves doivent savoir résoudre. L'acquisition de techniques est indispensable, mais doit être au service de la pratique du raisonnement qui est la base de l'activité mathématique des élèves. Il faut, en effet, que chaque élève, quels que soient ses projets, puisse faire l'expérience personnelle de l'efficacité des concepts mathématiques et de la simplification que permet la maîtrise de l'abstraction.

### Objectif général

L'objectif de ce programme est de former les élèves à la démarche scientifique sous toutes ses formes pour les rendre capables de :

- modéliser et s'engager dans une activité de recherche ;
- conduire un raisonnement, une démonstration ;
- pratiquer une activité expérimentale ou algorithmique ;
- faire une analyse critique d'un résultat, d'une démarche ;
- pratiquer une lecture active de l'information (critique, traitement), en privilégiant les changements de registre (graphique, numérique, algébrique, géométrique) ;
- utiliser les outils logiciels (ordinateur ou calculatrice) adaptés à la résolution d'un problème ;
- communiquer à l'écrit et à l'oral.

Dans la mesure du possible, les problèmes posés s'inspirent de situations liées à la vie courante ou à d'autres disciplines. Ils doivent pouvoir s'exprimer de façon simple et concise et laisser dans leur résolution une place à l'autonomie et à l'initiative des élèves. Au niveau d'une classe de seconde de détermination, les solutions attendues sont aussi en général simples et courtes.

### Raisonnement et langage mathématiques

Le développement de l'argumentation et l'**entraînement à la logique** font partie intégrante des exigences des classes de lycée. À l'issue de la seconde, l'élève devra avoir acquis une expérience lui permettant de commencer à distinguer les principes de la logique mathématique de ceux de la logique du langage courant et, par exemple, à distinguer implication mathématique et causalité. Les concepts et méthodes relevant de la logique mathématique **ne doivent pas faire l'objet de cours spécifiques** mais doivent prendre naturellement leur place dans tous les chapitres du programme. De même, le vocabulaire et les notations mathématiques ne doivent pas être fixés d'emblée ni faire l'objet de séquences spécifiques mais doivent être introduits au cours du traitement d'une question en fonction de leur utilité. Comme les éléments de logique mathématique, les notations et le vocabulaire mathématiques sont à considérer comme des conquêtes de l'enseignement et non comme des points de départ. Pour autant, ils font pleinement partie du programme : les objectifs figurent, avec ceux de la logique, à la fin du programme.

---

## Utilisation d'outils logiciels

L'utilisation de logiciels (calculatrice ou ordinateur), d'outils de visualisation et de représentation, de calcul (numérique ou formel), de simulation, de programmation développe la possibilité d'expérimenter, ouvre largement la dialectique entre l'observation et la démonstration et change profondément la nature de l'enseignement.

L'utilisation régulière de ces outils peut intervenir selon trois modalités :

- par le professeur, en classe, avec un dispositif de visualisation collective adapté ;
- par les élèves, sous forme de travaux pratiques de mathématiques ;
- dans le cadre du travail personnel des élèves hors du temps de classe (par exemple au CDI ou à un autre point d'accès au réseau local).

## Diversité de l'activité de l'élève

La diversité des activités mathématiques proposées :

- chercher, expérimenter – en particulier à l'aide d'outils logiciels ;
- appliquer des techniques et mettre en œuvre des algorithmes ;
- raisonner, démontrer, trouver des résultats partiels et les mettre en perspective ;
- expliquer oralement une démarche, communiquer un résultat par oral ou par écrit ;

doit permettre aux élèves de prendre conscience de la richesse et de la variété de la démarche mathématique et de la situer au sein de l'activité scientifique. Cette prise de conscience est un élément essentiel dans la définition de leur orientation.

Il importe donc que cette diversité se retrouve dans les travaux proposés à la classe. Parmi ceux-ci les travaux écrits faits hors du temps scolaire permettent, à travers l'autonomie laissée à chacun, le développement des qualités d'initiative. Ils doivent être conçus de façon à prendre en compte la diversité et l'hétérogénéité des aptitudes des élèves.

Le calcul est un outil essentiel pour la pratique des mathématiques dans la résolution de problème. Il est important en classe de seconde de poursuivre l'entraînement des élèves dans ce domaine par la pratique régulière du calcul mental, du calcul numérique et du calcul littéral. L'utilisation d'outils logiciels de calcul – sur calculatrice ou sur ordinateur – contribue à cet entraînement.

## Organisation du programme

Le programme est divisé en trois parties,

- Fonctions
- Géométrie
- Statistiques et probabilités

Les capacités attendues dans le domaine de l'algorithmique d'une part et du raisonnement d'autre part, sont transversales et doivent être développées à l'intérieur de chacune des trois parties. Des activités de type algorithmique possibles sont signalées dans les différentes parties du programme et précédées du symbole ◊.

Le programme n'est pas un plan de cours et ne contient pas de préconisations pédagogiques. Il fixe les objectifs à atteindre en termes de capacités et pour cela **indique les types de problèmes que les élèves doivent savoir résoudre**.

## Évaluation des élèves

Les élèves sont évalués en fonction des capacités attendues et selon des modes variés : travaux écrits, rédaction de travaux de recherche, compte-rendus de travaux pratiques. L'évaluation doit être en phase avec les objectifs de formation rappelés au début de cette introduction.

---

## 1. Fonctions

L'objectif est de rendre les élèves capables d'étudier :

- un problème se ramenant à une équation du type  $f(x) = k$  et de le résoudre dans le cas où la fonction est donnée (définie par une courbe, un tableau de données, une formule) et aussi lorsque toute autonomie est laissée pour associer au problème divers aspects d'une fonction ;
- un problème d'optimisation ou un problème du type  $f(x) > k$  et de le résoudre, selon les cas, en exploitant les potentialités de logiciels, graphiquement ou algébriquement, toute autonomie pouvant être laissée pour associer au problème une fonction.

Les situations proposées dans ce cadre sont issues de domaines très variés : géométrie plane ou dans l'espace, biologie, économie, physique, actualité etc. Les logiciels mis à la disposition des élèves (tableur, traceur de courbes, logiciels de géométrie dynamique, de calcul numérique, de calcul formel, etc.) peuvent être utilement exploités.

Par ailleurs, la résolution de problèmes vise aussi à progresser dans la maîtrise du calcul algébrique et à approfondir la connaissance des différents types de nombres, en particulier pour la distinction d'un nombre de ses valeurs approchées.

Il s'agit également d'apprendre aux élèves à distinguer la courbe représentative d'une fonction des dessins obtenus avec un traceur de courbe ou comme représentation de quelques données. Autrement dit, il s'agit de faire comprendre que des dessins peuvent suffire pour répondre de façon satisfaisante à un problème concret mais qu'ils ne suffisent pas à démontrer des propriétés de la fonction.

| CONTENUS                                                                                                                                     | CAPACITÉS ATTENDUES                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | COMMENTAIRES                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Fonctions</b><br><br>Image, antécédent, courbe représentative.                                                                            | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Traduire le lien entre deux quantités par une formule.</li> </ul> <p>Pour une fonction définie par une courbe, un tableau de données ou une formule :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• identifier la variable et, éventuellement, l'ensemble de définition ;</li> <li>• déterminer l'image d'un nombre ;</li> <li>• rechercher des antécédents d'un nombre.</li> </ul>                                                                                                                                                         | <p>Les fonctions abordées sont généralement des fonctions numériques d'une variable réelle pour lesquelles l'ensemble de définition est donné.</p> <p>Quelques exemples de fonctions définies sur un ensemble fini ou sur <math>\mathbb{N}</math>, voire de fonctions de deux variables (aire en fonction des dimensions) sont à donner.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| <b>Étude qualitative de fonctions</b><br><br>Fonction croissante, fonction décroissante ; maximum, minimum d'une fonction sur un intervalle. | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Décrire, avec un vocabulaire adapté ou un tableau de variations, le comportement d'une fonction définie par une courbe.</li> <li>• Dessiner une représentation graphique compatible avec un tableau de variations.</li> </ul> <p>Lorsque le sens de variation est donné, par une phrase ou un tableau de variations :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• comparer les images de deux nombres d'un intervalle ;</li> <li>• déterminer tous les nombres dont l'image est supérieure (ou inférieure) à une image donnée.</li> </ul> | <p>Les élèves doivent distinguer les courbes pour lesquelles l'information sur les variations est exhaustive, de celles obtenues sur un écran graphique.</p> <p>Les définitions formelles d'une fonction croissante, d'une fonction décroissante, sont progressivement dégagées. Leur maîtrise est un objectif de fin d'année.</p> <p>◊ Même si les logiciels traceurs de courbes permettent d'obtenir rapidement la représentation graphique d'une fonction définie par une formule algébrique, il est intéressant, notamment pour les fonctions définies par morceaux, de faire écrire aux élèves un algorithme de tracé de courbe.</p> |

| CONTENUS                                                                                                                                  | CAPACITÉS ATTENDUES                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | COMMENTAIRES                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Expressions algébriques</b><br>Transformations d'expressions algébriques en vue d'une résolution de problème.                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>Associer à un problème une expression algébrique.</li> <li>Identifier la forme la plus adéquate (développée, factorisée) d'une expression en vue de la résolution du problème donné.</li> <li>Développer, factoriser des expressions polynomiales simples ; transformer des expressions rationnelles simples.</li> </ul>                | Les activités de calcul nécessitent une certaine maîtrise technique et doivent être l'occasion de raisonner.<br>Les élèves apprennent à développer des stratégies s'appuyant sur l'observation de courbes, l'anticipation et l'intelligence du calcul. Le cas échéant, cela s'accompagne d'une mobilisation éclairée et pertinente des logiciels de calcul formel.                                                                                                                                                                        |
| <b>Équations</b><br>Résolution graphique et algébrique d'équations.                                                                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>Mettre un problème en équation.</li> <li>Résoudre une équation se ramenant au premier degré. <ul style="list-style-type: none"> <li>Encadrer une racine d'une équation grâce à un algorithme de dichotomie.</li> </ul> </li> </ul>                                                                                                      | Pour un même problème, combiner résolution graphique et contrôle algébrique.<br>Utiliser, en particulier, les représentations graphiques données sur écran par une calculatrice, un logiciel.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| <b>Fonctions de référence</b><br>Fonctions linéaires et fonctions affines<br><br>Variations de la fonction carré, de la fonction inverse. | <ul style="list-style-type: none"> <li>Donner le sens de variation d'une fonction affine.</li> <li>Donner le tableau de signes de <math>ax + b</math> pour des valeurs numériques données de <math>a</math> et <math>b</math>.</li> <li>Connaître les variations des fonctions carré et inverse.</li> <li>Représenter graphiquement les fonctions carré et inverse.</li> </ul> | On fait le lien entre le signe de $ax + b$ , le sens de variation de la fonction et sa courbe représentative.<br><br>Exemples de non-linéarité. En particulier, faire remarquer que les fonctions carré et inverse ne sont pas linéaires.                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| <b>Études de fonctions</b><br>Fonctions polynômes de degré 2.<br><br>Fonctions homographiques.                                            | <ul style="list-style-type: none"> <li>Connaître les variations des fonctions polynômes de degré 2 (monotonie, extremum) et la propriété de symétrie de leurs courbes.</li> <li>Identifier l'ensemble de définition d'une fonction homographique.</li> </ul>                                                                                                                   | Les résultats concernant les variations des fonctions polynômes de degré 2 (monotonie, extremum) et la propriété de symétrie de leurs courbes sont donnés en classe et connus des élèves, mais peuvent être partiellement ou totalement admis.<br><br>Savoir mettre sous forme canonique un polynôme de degré 2 n'est pas un attendu du programme.<br><br>Hormis le cas de la fonction inverse, la connaissance générale des variations d'une fonction homographique et sa mise sous forme réduite ne sont pas des attendus du programme. |

# B.O.

| CONTENUS                                                                                                                                                | CAPACITÉS ATTENDUES                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | COMMENTAIRES                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Inéquations</b><br><br>Résolution graphique et algébrique d'inéquations.                                                                             | <ul style="list-style-type: none"><li>• Modéliser un problème par une inéquation.</li><li>• Résoudre graphiquement des inéquations de la forme : <math>f(x) &lt; k</math>; <math>f(x) &lt; g(x)</math>.</li><li>• Résoudre une inéquation à partir de l'étude du signe d'une expression produit ou quotient de facteurs du premier degré.</li><li>• Résoudre algébriquement les inéquations nécessaires à la résolution d'un problème.</li></ul> | <p>Pour un même problème, il s'agit de :</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• combiner les apports de l'utilisation d'un graphique et d'une résolution algébrique,</li><li>• mettre en relief les limites de l'information donnée par une représentation graphique.</li></ul> <p>Les fonctions utilisables sont les fonctions polynômes de degré 2 ou homographiques.</p> |
| <b>Trigonométrie</b><br><br>« Enroulement de la droite numérique » sur le cercle trigonométrique et définition du sinus et du cosinus d'un nombre réel. | <ul style="list-style-type: none"><li>• On fait le lien avec les valeurs des sinus et cosinus des angles de <math>0^\circ</math>, <math>30^\circ</math>, <math>45^\circ</math>, <math>60^\circ</math>, <math>90^\circ</math>.</li></ul>                                                                                                                                                                                                          | <p>On fait le lien avec la trigonométrie du triangle rectangle vue au collège.</p> <p>La notion de radian n'est pas exigible.</p>                                                                                                                                                                                                                                                |

## 2. Géométrie

L'objectif de l'enseignement de la géométrie plane est de rendre les élèves capables d'étudier un problème dont la résolution repose sur des calculs de distance, la démonstration d'un alignement de points ou du parallélisme de deux droites, la recherche des coordonnées du point d'intersection de deux droites, en mobilisant des techniques de la géométrie plane repérée.

Les configurations étudiées au collège, à base de triangles, quadrilatères, cercles, sont la source de problèmes pour lesquels la géométrie repérée et les vecteurs fournissent des outils nouveaux et performants.

En fin de compte, l'objectif est de rendre les élèves capables d'étudier un problème d'alignement de points, de parallélisme ou d'intersection de droites, de reconnaissance des propriétés d'un triangle, d'un polygone – toute autonomie pouvant être laissée sur l'introduction ou non d'un repère, l'utilisation ou non de vecteurs.

Dans le cadre de la résolution de problèmes, l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique par les élèves leur donne une plus grande autonomie et encourage leur prise d'initiative.

La définition proposée des vecteurs permet d'introduire rapidement l'addition de deux vecteurs et la multiplication d'un vecteur par un nombre réel. Cette introduction est faite en liaison avec la géométrie plane repérée. ***La translation, en tant que transformation du plan, n'est pas étudiée en classe de seconde.***

| CONTENUS                                                                                                                                                                           | CAPACITÉS ATTENDUES                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | COMMENTAIRES                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Coordonnées d'un point du plan</b><br>Abscisse et ordonnée d'un point dans le plan rapporté à un repère orthonormé.<br>Distance de deux points du plan.<br>Milieu d'un segment. | <ul style="list-style-type: none"> <li>Repérer un point donné du plan, placer un point connaissant ses coordonnées.</li> <li>Calculer la distance de deux points connaissant leurs coordonnées.</li> <li>Calculer les coordonnées du milieu d'un segment.</li> </ul>                                                                                                                                                                    | Un repère orthonormé du plan est défini par trois points $(O, I, J)$ formant un triangle rectangle isocèle de sommet $O$ .<br>À l'occasion de certains travaux, on pourra utiliser des repères non orthonormés.                                                                                                                                 |
| <b>Configurations du plan</b><br>Triangles, quadrilatères, cercles.                                                                                                                | Pour résoudre des problèmes : <ul style="list-style-type: none"> <li>Utiliser les propriétés des triangles, des quadrilatères, des cercles.</li> <li>Utiliser les propriétés des symétries axiale ou centrale.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                               | Les activités des élèves prennent appui sur les propriétés étudiées au collège et peuvent s'enrichir des apports de la géométrie repérée.<br>◊ Le cadre de la géométrie repérée offre la possibilité de traduire numériquement des propriétés géométriques et permet de résoudre certains problèmes par la mise en œuvre d'algorithmes simples. |
| <b>Droites</b><br>Droite comme courbe représentative d'une fonction affine.<br>Équations de droites.<br>Droites parallèles, sécantes.                                              | <ul style="list-style-type: none"> <li>Tracer une droite dans le plan repéré.</li> <li>Interpréter graphiquement le coefficient directeur d'une droite.</li> <li>Caractériser analytiquement une droite.</li> <li>Établir que trois points sont alignés, non alignés.</li> <li>Reconnaître que deux droites sont parallèles, sécantes.</li> <li>Déterminer les coordonnées du point d'intersection de deux droites sécantes.</li> </ul> | On démontre que toute droite a une équation soit de la forme $y = mx + p$ , soit de la forme $x = c$ .<br>On fait la liaison avec la colinéarité des vecteurs.<br>C'est l'occasion de résoudre des systèmes d'équations linéaires.                                                                                                              |

# B.O.

| CONTENUS                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | CAPACITÉS ATTENDUES                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | COMMENTAIRES                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Vecteurs</b></p> <p>Définition de la translation qui transforme un point <math>A</math> du plan en un point <math>B</math>.<br/>Vecteur <math>\vec{AB}</math> associé.</p> <p>Égalité de deux vecteurs : <math>\vec{u} = \vec{AB} = \vec{CD}</math>.</p> <p>Coordonnées d'un vecteur dans un repère.</p> <p>Somme de deux vecteurs.</p> <p>Produit d'un vecteur par un nombre réel.</p> <p>Relation de Chasles.</p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Savoir que <math>\vec{AB} = \vec{CD}</math> équivaut à <math>ABDC</math> est un parallélogramme, éventuellement aplati.</li> <li>• Connaître les coordonnées <math>(x_B - x_A, y_B - y_A)</math> du vecteur <math>\vec{AB}</math>.</li> <li>• Calculer les coordonnées de la somme de deux vecteurs dans un repère.</li> <li>• Utiliser la notation <math>\lambda \vec{u}</math>.</li> <li>• Établir la colinéarité de deux vecteurs.</li> <li>• Construire géométriquement la somme de deux vecteurs.</li> <li>• Caractériser alignement et parallélisme par la colinéarité de vecteurs.</li> </ul> | <p>À tout point <math>C</math> du plan, on associe, par la translation qui transforme <math>A</math> en <math>B</math>, l'unique point <math>D</math> tel que <math>[AD]</math> et <math>[BC]</math> ont même milieu.</p> <p>La somme des deux vecteurs <math>\vec{u}</math> et <math>\vec{v}</math> est le vecteur associé à la translation résultant de l'enchaînement des translations de vecteur <math>\vec{u}</math> et de vecteur <math>\vec{v}</math>.</p> <p>Pour le vecteur <math>\vec{u}</math> de coordonnées <math>(a, b)</math> dans un repère, le vecteur <math>\lambda \vec{u}</math> est le vecteur de coordonnées <math>(\lambda a, \lambda b)</math> dans le même repère. Le vecteur <math>\lambda \vec{u}</math> ainsi défini est indépendant du repère.</p> |

S'adressant à tous les élèves de seconde, le programme de géométrie dans l'espace a pour objectif :

- de développer la vision dans l'espace des élèves en entretenant les acquis du collège concernant les solides usuels ;
- d'introduire les notions de plans et droites de l'espace et leurs positions respectives ;
- de fournir ainsi des configurations conduisant à des problèmes aptes à mobiliser d'autres champs des mathématiques (géométrie plane, fonctions, probabilités) ou de la physique.

Il importe donc tout particulièrement que la géométrie dans l'espace soit abordée tôt dans l'année scolaire.

L'utilisation d'un logiciel de visualisation et de construction est un élément déterminant dans « l'apprentissage de l'espace ».

Les élèves doivent être capables de représenter en perspective parallèle (dite aussi cavalière) une configuration simple et d'effectuer des constructions sur une telle figure. Ils doivent aussi être capables de mobiliser pour des démonstrations les théorèmes de géométrie plane.

| CONTENUS                                                                                                                                                                                                                                             | CAPACITÉS ATTENDUES                                                                                                | COMMENTAIRES                                                                                                                                                                        |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Géométrie dans l'espace</b></p> <p>Les solides usuels étudiés au collège : parallélépipède rectangle, pyramides, cône et cylindre de révolution, sphère.</p> <p>Droites et plans, positions relatives.</p> <p>Droites et plans parallèles.</p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Manipuler, construire, représenter en perspective des solides.</li> </ul> | <p>C'est l'occasion d'effectuer des calculs de longueur, d'aire et de volumes.</p> <p>On entraîne les élèves à l'utilisation autonome d'un logiciel de géométrie dans l'espace.</p> |

## 3. Statistiques et probabilités

Pour des questions de présentation du programme, les cadres relatifs à l'enseignement des statistiques et des probabilités sont présentés séparément à la suite l'un de l'autre. Pour autant, ces enseignements sont en relation étroite l'un avec l'autre et doivent faire l'objet d'allers et retours.

### Objectifs visés par l'enseignement des statistiques et probabilités à l'occasion de résolutions de problèmes

- dans le cadre de l'analyse de données**, rendre les élèves capables
- de déterminer et interpréter des résumés d'une série statistique ;
  - de réaliser la comparaison de deux séries statistiques à l'aide d'indicateurs de position et de dispersion, ou de la courbe des fréquences cumulées ;

### **dans le cadre de l'échantillonnage**

- faire réfléchir les élèves à la conception et la mise en œuvre d'une simulation ;
- sensibiliser les élèves à la fluctuation d'échantillonnage, aux notions d'intervalle de fluctuation et d'intervalle de confiance et à l'utilisation qui peut en être faite.

| CONTENUS                                                                                                                                                                                         | CAPACITÉS ATTENDUES                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | COMMENTAIRES                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Statistique descriptive, analyse de données</b><br>Caractéristiques de position et de dispersion <ul style="list-style-type: none"> <li>• médiane, quartiles ;</li> <li>• moyenne.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliser un logiciel (par exemple, un tableur) ou une calculatrice pour étudier une série statistique.</li> <li>• Passer des effectifs aux fréquences, calculer les caractéristiques d'une série définie par effectifs ou fréquences.</li> <li>• Calculer des effectifs cumulés, des fréquences cumulées.</li> <li>• Représenter une série statistique graphiquement (nuage de points, histogramme, courbe des fréquences cumulées).</li> </ul> | L'objectif est de faire réfléchir les élèves sur des données réelles, riches et variées (issues, par exemple, d'un fichier mis à disposition par l'INSEE), synthétiser l'information et proposer des représentations pertinentes.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| <b>Échantillonnage</b><br>Notion d'échantillon.<br>Intervalle de fluctuation d'une fréquence au seuil de 95%*.<br><br>Réalisation d'une simulation.                                              | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Concevoir, mettre en œuvre et exploiter des simulations de situations concrètes à l'aide du tableur ou d'une calculatrice.</li> <li>• Exploiter et faire une analyse critique d'un résultat d'échantillonnage.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                       | Un échantillon de taille $n$ est constitué des résultats de $n$ répétitions indépendantes de la même expérience. À l'occasion de la mise en place d'une simulation, on peut : <ul style="list-style-type: none"> <li>• utiliser les fonctions logiques d'un tableur ou d'une calculatrice,</li> <li>◦ mettre en place des instructions conditionnelles dans un algorithme.</li> </ul> L'objectif est d'amener les élèves à un questionnement lors des activités suivantes : <ul style="list-style-type: none"> <li>• l'estimation d'une proportion inconnue à partir d'un échantillon ;</li> <li>• la prise de décision à partir d'un échantillon.</li> </ul> |

\* L'intervalle de fluctuation au seuil de 95%, relatif aux échantillons de taille  $n$ , est l'intervalle centré autour de  $p$ , proportion du caractère dans la population, où se situe, avec une probabilité égale à 0,95, la fréquence observée dans un échantillon de taille  $n$ . Cet intervalle peut être obtenu, de façon approchée, par simulation. Le professeur peut indiquer aux élèves le résultat suivant, utilisable dans la pratique pour des échantillons de taille  $n \geq 25$  et des proportions  $p$  du caractère comprises entre 0,2 et 0,8 : si  $f$  désigne la fréquence du caractère dans l'échantillon,  $f$  appartient à l'intervalle  $\left[ p - \frac{1}{\sqrt{n}}, p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$  avec une probabilité d'au moins 0,95. Le professeur peut faire percevoir expérimentalement la validité de cette propriété mais **elle n'est pas exigible**.

## Objectifs visés par l'enseignement des statistiques et probabilités à l'occasion de résolutions de problèmes

**dans le cadre des probabilités**, rendre les élèves capables :

- d'étudier et modéliser des expériences relevant de l'équiprobabilité (par exemple, lancers de pièces ou de dés, tirage de cartes) ;
- de proposer un modèle probabiliste à partir de l'observation de fréquences dans des situations simples ;
- d'interpréter des événements de manière ensembliste ;
- de mener à bien des calculs de probabilité.

Les situations étudiées concernent des expériences à une ou plusieurs épreuves.

◊ La répétition d'expériences aléatoires peut donner lieu à l'écriture d'algorithmes (marches aléatoires).

| CONTENUS                                                                                                                                                                                  | CAPACITÉS ATTENDUES                                                                                                                                                                                                                                      | COMMENTAIRES                                                                                                                                                                                                                     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Probabilité sur un ensemble fini</b></p> <p>Probabilité d'un événement.</p> <p>Réunion et intersection de deux événements, formule :</p> $p(A \cup B) + p(A \cap B) = p(A) + p(B).$ | <ul style="list-style-type: none"><li>• Déterminer la probabilité d'événements dans des situations d'équiprobabilité.</li><li>• Utiliser des modèles définis à partir de fréquences observées.</li><li>• Connaître et exploiter cette formule.</li></ul> | <p>La probabilité d'un événement est définie comme la somme des probabilités des événements élémentaires qui le constituent.</p> <p>Pour les calculs de probabilités, on utilise des arbres, des diagrammes ou des tableaux.</p> |

## Algorithmique (objectifs pour le lycée)

La démarche algorithmique est, depuis les origines, une composante essentielle de l'activité mathématique. Au collège, les élèves ont rencontré des algorithmes (algorithmes opératoires, algorithme des différences, algorithme d'Euclide, algorithmes de construction en géométrie). Ce qui est proposé dans le programme est une formalisation en langage naturel propre à donner lieu à traduction sur une calculatrice ou à l'aide d'un logiciel. Il s'agit de familiariser les élèves avec les grands principes d'organisation d'un algorithme : gestion des entrées-sorties, affectation d'une valeur et mise en forme d'un calcul.

Dans le cadre de cette activité algorithmique, les élèves sont entraînés :

- à décrire certains algorithmes en langage naturel ou dans un langage symbolique ;
- à en réaliser quelques uns à l'aide d'un tableur ou d'un petit programme réalisé sur une calculatrice ou avec un logiciel adapté ;
- à interpréter des algorithmes plus complexes.

Aucun langage, aucun logiciel n'est imposé.

L'algorithmique a une place naturelle dans tous les champs des mathématiques et les problèmes posés doivent être en relation avec les autres parties du programme (fonctions, géométrie, statistiques et probabilité, logique) mais aussi avec les autres disciplines ou la vie courante.

À l'occasion de l'écriture d'algorithmes et de petits programmes, il convient de donner aux élèves de bonnes habitudes de rigueur et de les entraîner aux pratiques systématiques de vérification et de contrôle.

## Instructions élémentaires (affectation, calcul, entrée, sortie).

Les élèves, dans le cadre d'une résolution de problèmes, doivent être capables :

- d'écrire une formule permettant un calcul ;
  - d'écrire un programme calculant et donnant la valeur d'une fonction ;
- ainsi que les instructions d'entrées et sorties nécessaires au traitement.

## Boucle et itérateur, instruction conditionnelle

Les élèves, dans le cadre d'une résolution de problèmes, doivent être capables :

- de programmer un calcul itératif, le nombre d'itérations étant donné ;
- de programmer une instruction conditionnelle, un calcul itératif, avec une fin de boucle conditionnelle.

## Notations et raisonnement mathématiques (objectifs pour le lycée)

Cette rubrique, consacrée à l'apprentissage des notations mathématiques et à la logique, ne doit pas faire l'objet de séances de cours spécifiques mais doit être répartie sur toute l'année scolaire.

### Notations mathématiques

Les élèves doivent connaître les notions d'élément d'un ensemble, de sous-ensemble, d'appartenance et d'inclusion, de réunion, d'intersection et de complémentaire et savoir utiliser les symboles de base correspondant :  $\in$ ,  $\subset$ ,  $\cup$ ,  $\cap$  ainsi que la notation des ensembles de nombres et des intervalles.

Pour le complémentaire d'un ensemble  $A$ , on utilise la notation des probabilités  $\bar{A}$ .

### Pour ce qui concerne le raisonnement logique, les élèves sont entraînés, sur des exemples :

- à utiliser correctement les connecteurs logiques « et », « ou » et à distinguer leur sens des sens courants de « et », « ou » dans le langage usuel ;
- à utiliser à bon escient les quantificateurs universel, existentiel (les symboles  $\forall$ ,  $\exists$  ne sont pas exigibles) et à repérer les quantifications implicites dans certaines propositions et, particulièrement, dans les propositions conditionnelles ;
- à distinguer, dans le cas d'une proposition conditionnelle, la proposition directe, sa réciproque, sa contraposée et sa négation ;
- à utiliser à bon escient les expressions « condition nécessaire », « condition suffisante » ;
- à formuler la négation d'une proposition ;
- à utiliser un contre-exemple pour infirmer une proposition universelle ;
- à reconnaître et à utiliser des types de raisonnement spécifiques : raisonnement par disjonction des cas, recours à la contraposée, raisonnement par l'absurde.