6. + **Inverses et quotients**

Soit les nombres complexes $z = 2 - 5i$ et $z' = -1 - 2i$; mettre les nombres complexes suivants sous la forme algébrique $a + bi$:

a) $\dfrac{1}{z}$; b) $\dfrac{-2}{z'}$; c) $\dfrac{z}{z'}$; d) $\dfrac{1+z}{1-z'}$.

7. + **Inverses et quotients (suite)**

Mettre sous la forme algébrique $a + bi$ les nombres complexes suivants :

a) $\dfrac{1}{1-i}$; b) $-i+\dfrac{1}{2i}$; c) $\dfrac{1-3i}{2+i}$;

Résoudre une équation dans $\mathbb{C}$ ou un système d'équations

Donner les solutions sous la forme $a + bi$ (Exercices **8** à **14**).

▶ **Rappel :** *on calcule dans $\mathbb{C}$ comme dans $\mathbb{R}$.*

8. + En procédant comme pour une équation du premier degré dans $\mathbb{R}$, résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation :

$$(1 + 3i)z + 2 - 4i = 0.$$

CORRIGÉ P. 353

9. + Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation d'inconnue z :

$$(-4 - i)z + 3 - 5i = 0.$$

10. + Déterminer le nombre complexe z_0 de l'équation :

$$z + 1 = (z - 1)(1 + i).$$

11. ++ **Équation dans $\mathbb{C}$**

Déterminer la solution complexe z_0 de l'équation :

$$\frac{z+1}{z-1} = 1+i.$$

CORRIGÉ P. 353

12. ++ Résoudre dans $\mathbb{C} - \{-3\}$ l'équation :

$$\frac{z-2i}{z+3} = 2-i.$$

13. ++ **Système d'équations**

Déterminer les nombres complexes z_1 et z_2 tels que :

$$\begin{cases} 2z_1 + z_2 = 4 \\ -2iz_1 + z_2 = 0. \end{cases}$$

CORRIGÉ P. 353

14. ++ Déterminer deux nombres complexes z_1 et z_2 tels que :

$$\begin{cases} 2z_1 + z_2 = i \\ -2\,iz_1 + z_2 = 0. \end{cases}$$

Conjugué d'un nombre complexe

15. ++ Déterminer le conjugué du nombre complexe :

$$z = \frac{(2-i)(1+i)}{2i(5+3i)}.$$

Module et argument d'un nombre complexe

▶ **Conseil :** *la plupart des calculatrices permettent d'obtenir le module et un argument d'un nombre complexe à partir de sa forme algébrique. Consultez votre notice ! Cette compétence n'est pas exigible mais vous fournira un moyen rapide de vérification (par exemple pour les exercices **18** à **23**).*

EXERCICE *résolu*

16. + **Déterminer θ connaissant cos θ et sin θ en utilisant le tableau des valeurs particulières et les résultats concernant les angles associés**

▶ **Rappels :** *les résultats suivants ont été donnés au chapitre 4.*

Valeurs particulières

a	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos a$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin a$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

Réels opposés : a et – a

Pour tout nombre réel a :

$\sin(-a) = -\sin a$ et $\cos(-a) = \cos a$

Réels dont la somme est π : a et π – a

Pour tout nombre réel a :

$\sin(\pi - a) = \sin a$ et $\cos(\pi - a) = -\cos a$.

Réels dont la différence est π : a et π + a

Pour tout nombre réel a :

$\sin(\pi + a) = -\sin a$ et $\cos(\pi + a) = -\cos a$

1. On donne $\cos\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin\theta = \dfrac{1}{2}$.

Déterminer θ.

Réponse :

On lit dans le tableau des valeurs particulières que $\theta = \dfrac{\pi}{6}$.

2. On donne $\cos\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin\theta = -\dfrac{1}{2}$.

Déterminer θ.

Réponse :

Le tableau des valeurs particulières donne :

$\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \cos\dfrac{\pi}{6}$ et $\dfrac{1}{2} = \sin\dfrac{\pi}{6}$.

Donc $\cos\theta = \cos\dfrac{\pi}{6}$ et $\sin\theta = -\sin\dfrac{\pi}{6}$,